

Reprendre le programme précédent, en y ajoutant :

CALCUL MATRICIEL

Matrices

Matrices, opérations sur les matrices, principaux types de matrices carrées.

Matrice d'une application linéaire dans des bases.

Rang d'une matrice (rang de ses vecteurs colonnes). Il est égal au rang de toute application linéaire représentée par cette matrice dans certaines bases.

Il est à noter que le programme autorise à parler de noyau et d'image d'une matrice.

Matrice de passage d'une base à une autre. Formules de changement de base. Matrices équivalentes, matrices semblables.

Caractérisation de l'équivalence par l'égalité des rangs.

Trace d'une matrice carrée (je n'introduis pas celle-ci par sa « formule » ; ma démarche est la suivante : on recherche un test permettant de voir si deux matrices ont une chance d'être semblables : pour cela, on a besoin d'une forme linéaire ϕ sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ telle que $\phi(P^{-1}MP) = \phi(M)$ pour tout M et tout P ; on a cela dès que $\phi(AB) = \phi(BA)$ pour tout A et tout B , ce qui, en utilisant cette égalité avec les matrices élémentaires, impose que $\phi((a_{i,j})) = \lambda \sum_i a_{i,i}$. Réciproquement ça marche, et on définit la trace d'une matrice avec le choix de

$\lambda = 1$; le fait que deux matrices semblables aient même trace n'est donc plus vraiment une propriété, puisque la trace a été introduite pour cela !).

Déterminants

Principaux rappels, sans démonstration dans la plupart des cas.

Déterminants de Vandermonde.

Détermination du rang par l'ordre maximum d'un déterminant extrait non nul.

Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs (les produits de matrices par blocs sont autorisés par le programme).