

Reprendre le programme « Séries entières ».

### ESPACES PROBABILISÉS

Notion de tribu sur un ensemble  $\Omega$ .

Opérations ensemblistes élémentaires sur les éléments d'une tribu (les évènements). Systèmes complets d'évènements.

Si  $\Omega$  est au plus dénombrable, la tribu choisie est, sauf mention du contraire, la tribu discrète  $\mathcal{P}(\Omega)$ .

Espaces probablisables.

Notion de probabilité sur un espace probablisable : c'est une application à valeurs dans  $[0,1]$  telle que  $P(\Omega) = 1$  et vérifiant l'axiome de  $\sigma$ -additivité.

Propriétés calculatoires élémentaires sur les probabilités.

Théorèmes de la limite monotone : si  $(A_n)$  est une suite d'évènements croissante pour l'inclusion, alors  $P(A_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} P(\bigcup_k A_k)$ . Si la suite  $(A_n)$  décroît, alors  $P(A_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} P(\bigcap_k A_k)$ .

Évènements négligeables, presque sûrs.

Formule des probabilités totales.

Si  $\Omega$  est au plus dénombrable, une probabilité sur  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$  est entièrement déterminée par la donnée d'une famille de réels positifs  $(p_\omega)_{\omega \in \Omega}$ , sommable de somme 1, telle que  $P(\{\omega\}) = p_\omega$  pour tout  $\omega \in \Omega$ .

Probabilité conditionnelle  $P_B$  sachant  $B$  où  $B$  est un évènement de probabilité non nulle. Elle définit une probabilité sur  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ .

Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes.

Évènements 2 à 2 indépendants, évènements mutuellement indépendants.