

POLYNÔMES

☞ Toute famille de polynômes de degrés deux à deux distincts est libre. Une famille (P_n) de polynômes telle que $\deg P_n = n$ pour tout n est donc une base de $\mathbb{K}[X]$ (critère des degrés étagés).

Arithmétique de $\mathbb{K}[X]$

☞ Théorème de division euclidienne (non redémontré).

Tout idéal de $\mathbb{K}[X]$ est l'ensemble des multiples d'un polynôme particulier (j'ai à peine prononcé le mot « principal » puisque celui-ci ne figure pas au programme).

Théorème de Bézout, théorème de Gauss.

Existence et unicité d'une décomposition en puissances d'irréductibles.

Caractérisation des irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et de $\mathbb{R}[X]$ (Théorème de d'Alembert-Gauss admis pour l'instant).

Racines d'un polynôme

Un élément a de \mathbb{K} est racine de P si et seulement si $X - a$ divise P .

Multiplicité d'une racine.

☞ Formule de Taylor dans un corps contenant \mathbb{Q} .

Application à la détermination de l'ordre de multiplicité d'une racine.

Relations entre coefficients et racines pour un polynôme scindé.

☞ Formules d'interpolation de Lagrange