

1. Déterminer un équivalent des suites suivantes :

- a. $\frac{(1 - \frac{1}{n})^n \sin \frac{\pi}{n+1}}{\ln(1 + \sqrt[3]{n^2 + n})}$
- b. $\frac{\cos 1/n}{\sqrt[n]{n}}$
- c. $2^{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}$
- d. $(n + \frac{1}{2}) \ln(1 + \frac{1}{n}) - 1$
- e. $\arctan(n+1) - \arctan(n)$
- f. $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}$
- g. $\arcsin(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}) - \frac{n}{n+3} \frac{\pi}{6}$

2. Déterminer les équivalents suivants :

- a. $\ln x + a \ln(x+1) + b \ln(x+2) \underset{+\infty}{\sim} (a, b \in \mathbb{R})$
- b. $\tan x \underset{\pi/2}{\sim}$
- c. $x^{\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\ln x})} \underset{+\infty}{\sim}$
- d. $\ln(\ln x^{2022}) \underset{+\infty}{\sim}$
- e. $\int_x^{2x} (\sqrt{1-t^2} - \cos t)^2 dt \underset{0}{\sim}$

3. Déterminer les limites suivantes :

- a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\ln x}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x)^{\tan 2x}$
- c. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tan x)^{\tan 2x}$
- d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\ln(x+2)}{\ln x} \right]^{x \ln x}$
- e. Pour $X = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in \mathbb{R}^p$ et $n \in \mathbb{N}$, on pose $N_n(X) = \sqrt[n]{|x_1|^n + \dots + |x_p|^n}$.
Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} N_n(X)$.
- f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left| \frac{\ln x}{\ln(x-2)} \right|^{\frac{1}{x-1}}$
- g. $\lim_{x \rightarrow 1} \left| \frac{\ln x}{\ln(2-x)} \right|^{\frac{1}{x-1}}$